

משוואות דיפרנציאליות רגילות.

תוכן הקורס.

משוואות מסדר ראשון.

I.

1. משוואות נתונות להפרדה $y' = f(x)g(y)$.

2. משוואות אשר אפשר להביא להפרדה על ידי הצבה

$$y' = f(ax+by) \quad 2.1$$

$$y' = f\left(\frac{y}{x}\right) \quad 2.2$$

$$y' = f\left(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2}\right) \quad 2.3$$

3. משוואות ליניאריות מסדר ראשון

$$y' + p(x)y = f(x) \quad (\text{ביחס ל- } y(x))$$

$$x' + p(y)x = f(y) \quad (\text{ביחס ל- } x(y))$$

4. משוואת ברנולי

$$y' + p(x)y = f(x)y^n, \quad n \neq 0,1 \quad (\text{ביחס ל- } y(x))$$

$$x' + p(y)x = f(y)x^n, \quad n \neq 0,1 \quad (\text{ביחס ל- } x(y))$$

5. משוואות מדויקות וגורם אינטגרציה.

משוואות מסדר גבוה.

II.

1. שיטת הורדת סדר

$$1.1 \text{ במשוואה אין } y : F(x, y^{(k)}, \dots, y^{(n)}) = 0, \quad k \geq 1$$

$$1.2 \text{ במשוואה אין } x : F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

$$1.3 \text{ משוואה } F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \text{ עם פונקציה } F \text{ הומוגנית ביחס ל- } y, y', \dots, y^{(n)}$$

$$1.4 \text{ משוואה עם נגזרת שלמה: } F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = \frac{d}{dx} G(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}) = 0$$

2. משוואות ליניאריות מסדר n .

2.1 משוואות ליניאריות הומוגניות מסדר n .

2.1.1 משוואות ליניאריות הומוגניות מסדר 2 עם מקדמים לא קבועים

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0 \quad \text{בתנאי שידוע פתרון פרטי אחד } y_1 \text{ של המשוואה.}$$

2.1.2 משוואות ליניאריות הומוגניות מסדר n עם מקדמים קבועים

$$a_0y^{(n)} + a_1y^{(n-1)} + \dots + a_ny = 0$$

$$2.1.3 \text{ משוואת אוילר } a_0 x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} x y' + a_n y = 0$$

2.2 משוואות ליניאריות לא הומוגניות מסדר n .

2.2.1 שיטת וריאציית פרמטרים (שיטת לגרנג').

$$2.2.1.1 \quad y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$$

בתנאי שידוע פתרון פרטי אחד y_1 של המשוואה ההומוגנית התואמת

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

$$2.2.1.2 \quad a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = f(x) \text{ כאשר } a_0, a_1, \dots, a_n \text{ מספרים.}$$

2.2.1.3 משוואת אוילר לא הומוגניות

$$a_0 x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} x y' + a_n y = f(x)$$

2.2.2 משוואות ליניאריות לא הומוגניות עם מקדמים קבועים ופונקציה $f(x)$ מיוחדת

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = f(x)$$

$$2.2.2.1 \quad f(x) = P_m(x) \text{ (פולינום).}$$

$$2.2.2.2 \quad f(x) = e^{\alpha x} P_m(x)$$

$$2.2.2.3 \quad f(x) = e^{\alpha x} [P_m(x) \cos \beta x + Q_l(x) \sin \beta x]$$

III. מערכות משוואות ליניאריות מסדר ראשון עם מקדמים קבועים $Y' = AY + B(x)$

1. מערכת הומוגנית $Y' = AY$ עם מקדמים קבועים. שיטת אוילר.

2. מערכת לא הומוגנית עם מקדמים קבועים $Y' = AY + B(x)$. שיטת וריאציית פרמטרים (שיטת לגרנג').

IV. התמרת לפלס. ישומים לפתירת משוואות ליניאריות מסדר n עם מקדמים קבועים.

V. התמרת פורייה. ישומים לפתירת משוואות אינטגרליות עם קונבולוציה.