

חזרה על מתמטיקה אלמנטרית.

רשימת הנוסחאות

(דף תרגילים מס' 1)

1. כפל מקוצר

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

2. חזקות ושורשים

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^0 = 1$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

3. לוגריתמים

$$\log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x$$

$$0 < a \neq 1, x > 0$$

הגדרת הלוגריתם:

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^b = b \cdot \log_a x$$

$$\log_a \sqrt[b]{x} = \frac{\log_a x}{b}$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

מעבר בסיס:

4. משוואה ריבועית

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a},$$

$$\Delta > 0, \quad \text{2 שורשים}$$

$$\Delta = 0, \quad \text{שורש אחד}$$

$$\Delta < 0, \quad \text{אין שורשים (ממשיים)}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2), \quad \Delta > 0$$

5. פתרון של אי-שוויונים ריבועיים

$$(a > 0, \quad x_2 > x_1)$$

$ax^2 + bx + c < 0$	
הפתרון	המקרה
$x_1 < x < x_2$	$\Delta > 0$
אין פתרון	$\Delta = 0$
אין פתרון	$\Delta < 0$

$ax^2 + bx + c > 0$	
הפתרון	המקרה
$x < x_1$ או $x > x_2$	$\Delta > 0$
$x \neq -\frac{b}{2a}$	$\Delta = 0$
לכל x	$\Delta < 0$

תרגילים

א. חשב:

$$\frac{(a^{-5}b^3)^{-4} \cdot (a^4)^{-2}}{(a^{-2})^{-6} \cdot b^{-3} \cdot b^{-9}} \quad .2 \qquad \frac{(a^2a^3)^n \cdot a^{n+7} \cdot (b^4)^{n+3}}{((a^2)^{n+1} \cdot b^{n+1})^3 \cdot b^{n+8}} \quad .1$$

$$\frac{2^{-n+1} \cdot 4^{n-1} + 2^n}{2^{n+3} - 2^{n-1}} \quad .4 \qquad \frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot (\sqrt[4]{a})^3}{a \cdot \sqrt[5]{a}} \quad .3$$

$$16^{\log \frac{1}{8}} \quad .6 \qquad \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} + \sqrt[4]{81} - \left(\frac{4}{9}\right)^{-0.5} \quad .5$$

$$\sqrt{5^{2 + \frac{1}{2} \log_5 16}} \quad .8 \qquad \frac{1}{2} + \log_9 \sqrt{18} - \log_9 \frac{1}{\sqrt{2}} + \log_9 4.5 \quad .7$$

ב. מצא את x :

$$4^{x-1} + 2^{x-2} = 68 \quad .2 \qquad (\sqrt{3})^{3-x} = 9^{x+2} \quad .1$$

$$x = 2 \log_6 3 + \log_6 8 - \log_6 2 \quad .4 \qquad \log_x \left(\frac{1}{27}\right) = 3 \quad .3$$

ג. פתור את המשוואות הבאות:

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \quad .2 \qquad 5x^4 + 3x^2 - 8 = 0 \quad .1$$

$$2x^3 + 5x^2 - 2x - 5 = 0 \quad .4 \qquad x^6 - 26x^3 = 27 \quad .3$$

$$x^3 + 5x^2 - 4x = 20 \quad .6 \qquad 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0 \quad .5$$

ד. פרק לגורמים:

$$4x^2 - 9y^2 \quad .2 \qquad 24a^{15}b^{-20} + 16a^{19}b^{22} - 20a^{24}b^{17} \quad .1$$

$$27m^3 + 8n^3 \quad .4 \qquad 9x^2 - 42x + 49 \quad .3$$

$$4p^2 - 21p - 18 \quad .6 \qquad 10x^4 - 15x^3 - 4x^2 + 6x \quad .5$$

$$x^3 - 4x^2 + 5 \quad .8 \qquad x^4 - 3x^2 - 4 \quad .7$$

ה. חלק את רב-איבר לרב-איבר:

$$\frac{a^4 - b^4}{a - b} \quad .1$$

$$\frac{2x^{10} - 7x^9 + 6x^8 - 25x^7 + 24x^6 + 14x^5 - 19x^4 - 20x^3 + 70x}{2x^5 - 7x^4 + 10x} \quad .2$$

$$\frac{12x^5 - 3x^4 + 5x^3 + x^2 - 7}{x^2 - x - 5} \quad .4 \qquad \frac{3x^5 + 2x^3 - 5x + 6}{x^2 - x + 3} \quad .3$$

ו. כתוב את השברים הבאים כך שבמכונה לא יופיעו שורשים:

$$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}+3} \quad .3 \quad \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \quad .2 \quad \frac{15}{\sqrt[3]{25}} \quad .1$$

$$\frac{5}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}} \quad .5 \quad \frac{1}{\sqrt[4]{2}+1} \quad .4$$

א. פתור את אי-שוויונים הבאים :

$$2(x+3)+x \leq 4x+6 < x+7 \quad .2 \quad \frac{x+1}{2} < \frac{x+4}{5} - \frac{x+7}{10} \quad .1$$

$$8(1-2x) < (2x-3)^2 \quad .4 \quad -18x^2 + 30x \geq 13 \quad .3$$

$$\log_2(x^2 - 2x) - 3 \leq 0 \quad .6 \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{2x+3} < \left(\frac{27}{64}\right)^{x+1} \quad .5$$

ב. הוכח כי אי-שוויונים הבאים נכונים לכל ערך של משתנה :

$$6x - x^2 < 10 \quad .2 \quad 4x^2 - 12x \geq -10 \quad .1$$

$$x^2 + 3x + 5 > 0 \quad .3$$

ט. מצא לאילו ערכי x גרף הפרבולה $y = x^2 - 2x - 9$ אינו נמצא מתחת לישר $y = x + 1$.

י. מצא לאילו ערכי m

$$1. \text{ פתרון המשוואה } 3(2m+x) = 2(mx-1) \text{ הוא שלילי.}$$

$$2. \text{ הפונקציה } y = (m+6)x^2 - (3m+2)x + 2 \text{ אי-שלילית לכל } x.$$

יא. השלם לריבוע שלם :

$$1. x^2 + 2x \quad .1 \quad 2. x^2 - 6x \quad .2 \quad 3. x^2 + 4x - 3 \quad .3 \quad 4. 4x^2 - 8x + 1 \quad .4 \quad 5. 3x^2 + x + 4 \quad .5$$

תשובות

$$1. ab \quad .1 \quad 2. 1 \quad .2 \quad 3. \sqrt[4]{a} \quad .3 \quad 4. \frac{1}{5} \quad .4 \quad 5. 1 \quad .5 \quad 6. \frac{1}{625} \quad .6$$

$$1. 2 \quad .7 \quad 2. 10 \quad .8 \quad 1. -1 \quad .1 \quad 2. 4 \quad .2 \quad 3. \frac{1}{3} \quad .3 \quad 4. 2 \quad .4$$

$$1. \pm 1 \quad .1 \quad 2. \pm\sqrt{2}; \pm 1 \quad .2 \quad 3. -1; 3 \quad .3 \quad 4. -\frac{5}{2}; \pm 1 \quad .4 \quad 5. \frac{1}{2}; 1; 2 \quad .5 \quad 6. \pm 2, -5 \quad .6$$

$$1. 4a^{15}b^{17} (6b^3 + 4a^4b^5 - 5a^9) \quad .1 \quad 2. (2x+3y)(2x-3y) \quad .2 \quad 3. (3x-7)^2 \quad .3$$

$$4. (3m+2n)(9m^2 - 6mn + 4n^2) \quad .4 \quad 5. x(2x-3)(\sqrt{5} \cdot x - \sqrt{2})(\sqrt{5} \cdot x + \sqrt{2}) \quad .5 \quad 6. (p-6)(4p+3) \quad .6$$

$$7. (x^2+1)(x-2)(x+2) \quad .7 \quad 8. (x+1)\left(x - \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{5-\sqrt{5}}{2}\right) \quad .8$$

$$1. (a+b)(a^2+b^2) \quad .1 \quad 2. x^5 + 3x^3 - 2x^2 + 7 \quad .2 \quad 3. 3x^3 + 3x^2 - 4x - 13 \quad .3$$

$$4. 12x^3 + 9x^2 + 74x + 120 \quad .4 \quad \text{(שארית } 490x + 593) \quad \text{(שארית } -6x + 45)$$

$$\begin{array}{llll}
\frac{1}{11}(\sqrt{5}+3\sqrt{3}) & .3 & 5-2\sqrt{6} & .2 & 3\sqrt[3]{5} & .1 & .1 \\
\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4} & .5 & (\sqrt[4]{2}-1)(\sqrt{2}+1) & .4 & & & \\
\text{אין פתרון} & .3 & 0 \leq x \leq \frac{1}{3} & .2 & x < -1 & .1 & .1 \\
-2 \leq x < 0 \text{ או } 2 < x \leq 4 & .6 & x < 0 & .5 & x \neq -\frac{1}{2} & .4 & \\
& & & & x \leq -2 \text{ או } x \geq 5 & .10 & \\
-2\frac{4}{9} \leq m \leq 2 & .2 & & & -\frac{1}{3} < m < \frac{3}{2} & .1 & .1 \\
(2x-2)^2 - 3 & .4 & (x+2)^2 - 7 & .3 & (x-3)^2 - 9 & .2 & (x+1)^2 - 1 & .1 & .א1 \\
& & & & \left(\sqrt{3}x + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + 3\frac{11}{12} & .5 & & &
\end{array}$$