MCHQ-4 שאלון תשובות

1(c), 2(d), 3(a), 4(b), 5(a)

6(e), 7(d), 8(a)

פתרונות של תרגיל MCHQ-4

.1 $f(x) = x e^{\frac{2}{x}}$

אם $y = ax + b$ אסימפטוטה של f-,

אז

$$a = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} e^{\frac{2}{x}} = 1$$

$$b = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \to \pm\infty} x\left(e^{\frac{2}{x}} - 1\right) =$$

$$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{e^{\frac{2}{x}} - 1}{\frac{2}{x}} \cdot 2 = 2$$

⇐ $y = x + 2$ אסימפטוטה ב- $\pm\infty$

⇐ התשובה הנכונה היא (c)

.2 $y = \sqrt[5]{x^2 - 1} = f(x)$

$$y' = \frac{1}{5} \frac{2x}{\sqrt[5]{(x^2-1)^4}}$$

נקודות חשודות (לקיצון) $x = 0, \pm 1$ ✓

סימנים של f':

	-1		0		1	
$-$		$-$		$+$		$+$

ל- f יש מינימום יחיד ב- $x=0$, ואין מקסימום מקומי

⇐ התשובה הנכונה היא (d)

3.

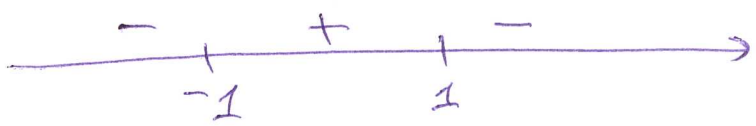
$$y(x)=\sqrt[5]{x^2-1}$$

$$y'=\frac{1}{5}\frac{2x}{\sqrt[5]{(x^2-1)^4}}$$

$$y'=\frac{2}{5}\frac{\sqrt[5]{(x^2-1)^4}-x\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{2x}{\sqrt[5]{x^2-1}}}{\sqrt[5]{(x^2-1)^8}}=$$

$$=\frac{2}{25}\frac{5(x^2-1)-8x^2}{\sqrt[5]{(x^2-1)^9}}=-\frac{3x^2+5}{\sqrt[5]{(x^2-1)^9}}\cdot\frac{2}{25}$$

נקודות חשודות לפי תחום $x=\pm 1$



סימן של y'' בתחום

$\Leftarrow$ $x=\pm 1$ נק' בתחום

$\Leftarrow$ התשובה הנכונה היא (a)

4.

$$y=\frac{x^2}{x-2},\quad x\in[3,5]$$

$$y'=\frac{2x(x-2)-x^2}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}$$

$$x=0\notin[3,5],\quad x=4\in[3,5]$$

$$y(3)=\frac{9}{1}=9;\quad y(4)=\frac{16}{2}=8;\quad y(5)=\frac{25}{3}$$

M m

$$\Rightarrow M+m=17$$

⇐ התשובה הנכונה היא (b)

.5 $f(x)=e^{\frac{1}{x}}(x+3)$

אם $y=x+b$ אסימפטוטה ב-$+\infty$, אז

$$b=\lim_{x\to+\infty}\left[e^{\frac{1}{x}}(x+3)-x\right]=$$

$$=\lim_{x\to+\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)+3\lim_{x\to+\infty} e^{\frac{1}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{\frac{1}{x}}+1\cdot3=4$$

⇐ התשובה הנכונה היא (a).

.6 $f(x)=5^{\frac{1}{3}x^3-4x^2}$

$$f'(x)=5^{\frac{1}{3}x^3-4x^2}\cdot\ln5\cdot(x^2-8x)$$

נקודות חשודות לקיצון: $x=0,8$

סימנים של f': $+$ (0) $-$ (8) $+$

$x=0$ - max

$x=8$ - min

לכן התשובה הנכונה היא (e)

7.

$$f'(x) = (x-1)^2(x+2)$$

נקודות חשודות לקיצון

$x = 1, 2$

$\Leftarrow$ מינימום - $x = 2$

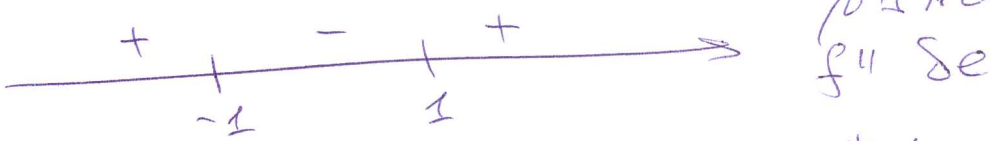
ב- $x = 1$ אין max/min

$\Leftarrow$ (b), (c) סעיפים שגויים

$$f'' = 2(x-1)(x+2) + (x-1)^2 = (x-1)(2x+4+x-1) =$$

$$= (x-1)(3x+3) = 3(x-1)(x+1)$$

נקודות חשודות לפתרון: $x = \pm 1$



$x = \pm 1$ - נקודות פיתול

$\Leftarrow$ הטענה הנכונה היא (d)

8.

$$f(x) = \frac{\ln x - x^2}{x-1}$$

אם $y = ax+b$ אסימפטוטה ל- $+\infty$, אז

$$a = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x - x^2}{x(x-1)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x(x-1)} - \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x(x-1)} =$$

$$= 0 - 1 = -1$$

$$b=\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{\ln x-x^2}{x-1}+x\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x-x^2+x^2-x}{x-1}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x-1}-\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x-1}=-1$$

$\Leftarrow a+b=-2 \Leftarrow$ התשובה הנכונה היא (a)