תרגיל MCHQ-4add

1. נתונות פונקציות $f(x), g(x)$ מוגדרות בסביבה של x_0. אז בהכרח:

(a) אם הפונקציה $f(x)g(x)$ רציפה בנקודה x_0 אז $f(x), g(x)$ רציפות ב-x_0

(b) אם הפונקציה $f(x)-g(x)$ גזירה בנקודה x_0 אז קיימים סופיות $\lim_{x\to x_0} f(x),\ \lim_{x\to x_0} g(x)$

(c) אם הפונקציה $f(x)+g(x)$ רציפה בנקודה x_0 אז או ש- $f(x), g(x)$ רציפות ב-x_0, או ש- $f(x), g(x)$ לא רציפות ב-x_0

(d) קיימות פונקציות $f(x), g(x)$ גזירות בנקודה x_0 כך שמתקיים $\lim_{x\to x_0}(x-x_0)\big(f(x)+g(x)\big)=1$

2. תהי $f(x)$ גזירה בקטע פתוח (a,b), אז בהכרח מתקיים:

(a) f רציפה ב-(a,b)

(b) אם $f(x)$ רציפה ב-(a,b), אז קיימת נקודה c, $a<c<b$, כך ש- $f'(c)=0$

(c) אם קיימות הנגזרות $f'(a)$, $f'(b)$, אז קיימת נקודה c, $a\le c\le b$, כך ש- $f(x)\le f(c)$ לכל $x\in[a,b]$

2. (המשך)

(d) אם קיימות הנגזרות $f'(a), f'(b)$ אז קיימת נקודה c, $a \le c \le b$, כך ש- $f'(c)=0$

(e) כל התשובות (a-d) אינן נכונות

3. תהי $f(x)$ גזירה בקטע הפתוח (a,b). אזי בהכרח מתקיים:

(a) אם $f(x)$ עולה בקטע (a,b) אזי $f'(x)>0$ לכל $x\in(a,b)$

(b) אם $f'(c)=0$ עבור $c\in(a,b)$ אזי c נקודת קיצון של $f(x)$

(c) אם $f'(c)\ne 0$ עבור $c\in(a,b)$ אזי c איננה נקודת קיצון של $f(x)$

(d) "תכן ש- $f(x)$ לא רציפה בנקודה מסויימת של קטע (a,b)

(e) כל התשובות (a-d) אינן נכונות

4. תהי $f(x)$ מוגדרת וגזירה בכל הישר הממשי. אז בהכרח מתקיים:

(a) אם $f(x)$ פונקציה זוגית, אז $f'(x)$ פונקציה אי-זוגית

(b) אם $f(x)$ פונקציה זוגית, אז $f'(x)$ פונקציה זוגית

4 (המשך)

(c) ״תכנו מקרים בהם $f(x)$ זוגית אבל $f'(x)$ אי-זוגית, ומקרים בהם $f(x)$ זוגית ו- $f'(x)$ זוגית

(d) אם $f(x)$ פונקציה אי-זוגית אז $f(0)=0$

(e) כל התשובות $(a-d)$ אינן נכונות

5. תה״נה $f(x)$, $g(x)$ פונקציות נתונות. אזי בהכרח מתקיים:

(a) אם לפונקציות $f(x)$, $g(x)$ קיימות אסימפטוטות אנכיות בנקודה x_0, אז גם ל- $f(x)g(x)$ יש אסימפטוטה אנכית ב- x_0

(b) אם הפונקציה $f(x)g(x)$ רציפה ב- x_0, אז הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ רציפות ב- x_0

(c) אם $\lim_{x\to x_0}\frac{f'(x)}{g'(x)}$ לא קיים, אזי $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}$ לא קיים

(d) אם לפונקציה $f(x)g(x)$ יש אסימפטוטה אנכית ב- x_0, אז לפחות לאחת הפונקציות, $f(x)$ או $g(x)$, יש אסימפטוטה בנקודה x_0

(e) כל התשובות $(a-d)$ אינן נכונות