



אוניברסיטת בן גוריון בנגב

מדור בחינות

תאריך הבחינה: 15.02.11

שם המרצה: ד"ר א. לרמן

שם הקורס: חדו"א מערכות מידע 1

מס' הקורס: 201-1-9751

מיועד לתלמידי: הנדסת מערכות מידע

שנה: תשע"א סמסטר: א' מועד: ב'

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: 2 דפי נוסחאות דו-צדדים, מחשבון

מס' נבחן: _____

יש להשיב על 5 בדיוק מתוך 6 השאלות הבאות. לכל שאלה משקל זהה (20 נקודות). נמקו את טענותיכם ושיקוליכם ונסחו במדויק תוצאות קודמות שעליהן הנכם מסתמכים.

1.

(א) (15 נק') נתון שהסדרה $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ מקיימת את התכונה הבאה: $|a_n - a_{n+1}| \leq \frac{1}{2^{n+1}}$ לכל $n = 1, 2, \dots$.

בעזרת קריטריון קושי הוכח שקיים גבול סופי $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

(ב) (5 נק') הוכח או הפרך את הטענה הבאה:

קיימת סדרה $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ כך ש- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ו- $\lim_{n \rightarrow \infty} n |a_n - a_{n+1}| = \infty$.

2. (20 נק')

חקור את הפונקציה הבאה: $y = (x+2)^{2/3} - (x-2)^{2/3}$

(גבולות חד-צדדיים בנקודות האי-רציפות, תחומי עליה וירידה, נקודות קיצון, תחומי קמירות וקעירות, נקודות פיתול ואסימפטוטות, סקיצה של גרף)

3.

(10 נק') הוכח כי אם פונקציה $f(x)$ רציפה ב- $[a, \infty)$ והגבול $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ קיים וסופי,

אזי $f(x)$ חסומה ב- $[a, \infty)$.

(ב) (10 נק') ידוע שהגבול $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{x^2} - 1}{x^n} \neq 0$, קיים וסופי. מצא את n (מספר טבעי) ואת הגבול.

4. חשב את הגבולות הבאים:

(א) (8 נק')
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 - 2 \cos x}$$

(ב) (7 נק') כאשר $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$:
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln \cosh x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\left(\frac{1}{x^2}\right)}}{x^{100}} \quad (\text{ג 5 נק'})$$

5. חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx \quad (\text{א 7 נק'})$$

$$\int \frac{xdx}{x^3 - 3x + 2} \quad (\text{ב 7 נק'})$$

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}(\ln x + 1)} \quad (\text{ג 6 נק'}) \text{ חקור את התכנסות האינטגרל בקטע אינסופי}$$

6.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^{2x^2-x} \ln t dt}{\int_1^x (4t-1) \ln t dt} \quad (\text{א 6 נק'}) \text{ חשב את הגבול הבא:}$$

(ב 7 נק') היעזר במונטוניות האינטגרל כדי להוכיח את אי השוויון הבא (אין צורך לחשב את האינטגרל):

$$\frac{2\pi}{\pi+4} \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{x + \sqrt{2} \cos x} dx \leq \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \quad (\text{רמז: הגדר } g(x) = x + \sqrt{2} \cos x \text{ וחקור אותה בקטע } [0, \frac{\pi}{2}])$$

(ג 7 נק') תהי עקומה מוגדרת במערכת פולרית (r, φ) , כאשר $\varphi = \varphi(r)$, $(r \in [a, b])$.
(r רדיוס פולרי, φ - זווית פולרית)

מצא את הנוסחה לחישוב אורך של עקומה ותשתמש בה כדי לחשב את האורך של עקומה

$$\varphi(r) = \frac{1}{2} \left(r + \frac{1}{r} \right), \quad (1 \leq r \leq 3)$$

בהצלחה!