שיטות באנליזה מתמטית – תרגיל מספר 8

א. פתור את בעיות ההתחלה בעזרת טראנספורם לפלס:

1. $y''-y'-6y=0 \quad ,y(0)=1 \quad ,y'(0)=-1$
2. $y''+3y'+2y=0 \quad ,y(0)=1 \quad ,y'(0)=0$
3. $y''-2y'+2y=0 \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=1$
4. $y''-4y'+4y=0 \quad ,y(0)=1 \quad ,y'(0)=1$
5. $y''-2y'+2y=0 \quad ,y(0)=2 \quad ,y'(0)=0$.
6. $y''+2y'+5y=0 \quad ,y(0)=2 \quad ,y'(0)=-1$
7. $y^{(4)}-4y'''+6y''-4y'+y=0 \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=1 \quad ,y''(0)=0 \quad ,y'''(0)=1$
8. $y^{(4)}-4y=0 \quad ,y(0)=1 \quad ,y'(0)=0 \quad ,y''(0)=-2 \quad ,y'''(0)=0$

ב. פתור את המשוואות הבאות $\left(H(t-C)=u(t-C)=u_c(t)\right)$

1. $y''+2y'+y=2(t-3)H(t-3) \quad ,y(0)=2 \quad ,y'(0)=1$
2. $y''+y'+y=H(t-\pi)-H(t-2\pi) \quad ,y(0)=1 \quad ,y'(0)=0$
3. $y''+4y=\begin{cases}1, & 0\le t<4\\ 0, & 4\le t\end{cases} \quad ,y(0)=3 \quad ,y'(0)=-2$
4. $y''+y=\begin{cases}\sin t, & 0\le t<\pi\\ \cos t, & \pi\le t<\infty\end{cases} \quad ,y(0)=1 \quad ,y'(0)=-1$
5. $y''+y=\begin{cases}\cos t, & 0\le t<\pi/2\\ 0, & \pi/2\le t\end{cases} \quad ,y(0)=3 \quad ,y'(0)=-1$
6. $y''+y'+7y=\begin{cases}t, & 0\le t<2\\ 0, & 2\le t\end{cases} \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=0$
7. $y''-2y'+y=\begin{cases}0, & 0\le t<1, \quad t\ge 2\\ t, & 1\le 2\le t\end{cases} \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=1$

ג. פתור את המשוואות הבאות:

1. $y''+y=\begin{cases}1, & 0\le t<\pi/2\\ 0, & \pi/2\le t<\infty\end{cases} \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=1$
2. $y''+4y=\sin t-H(t-\pi)\sin t \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=0$
3. $y''+4y=t-H\left(t-\pi/2\right)\left(t-\pi/2\right) \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=0$
4. $y''+y=\begin{cases}t, & 0\le t<1\\ 0, & 1\le t<\infty\end{cases} \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=1$
5. $y''+3y'+2y=\begin{cases}t, & 0\le t<\pi\\ 1, & \pi\le t<\infty\end{cases} \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=1$
6. $y''+y'+\frac{5}{4}y=\begin{cases}\sin t, & 0\le t<\pi\\ 1, & \pi\le t\end{cases} \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=0$
7. $y''+2y'+y=\delta(t)+H(t-2\pi)\sin t \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=1$
8. $y''+2y'+3y=\sin t+\delta(t-\pi) \quad ,y(0)=0 \quad ,y'(0)=1$

9. $y'' + \omega^2 y = \delta\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \quad , y(0) = 1 \quad , y'(0) = 0$

10. $y'' + 4y = 2\delta\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \quad , y(0) = 0 \quad , y'(0) = 0$

11. $y'' + 4y = 4\delta\left(t - \frac{\pi}{6}\right) \quad , y(0) = 0 \quad , y'(0) = 0$

3. חשב את הקונבולוציות של זוגות הפונקציות הבאות:

1. $a^{at}, e^{bt} \quad (a \neq b)$
2. $\cos at, \cos bt \quad (a \neq b)$
3. $\sin at, \cos bt \quad (a \neq b)$
4. $t, \sin t$