

רשימת הנוסחאות בהן מותר/אסור להשתמש בבוזן ובמבחן בלי הוכחה

5 במרץ 2016

1. משוואה לינארית מסדר ראשון.
בנוסחאות

$$\alpha'(x) = p(x)$$

$$y(x) = e^{-\alpha(x)} \left(C + \int f(x) e^{\alpha(x)} dx \right)$$

מותר להשתמש רק עם הוכחה.

2. גורם אינטגרציה בנושא של משוואות מדוייקות.
בנוסחאות

$$\mu(x) = e^{\int g(x) dx}, g(x) = \frac{M'_y - N'_x}{N}$$

$$\mu(y) = e^{-\int h(y) dy}, h(y) = \frac{M'_y - N'_x}{M}$$

אפשר להשתמש בלי הוכחה.

3. הורדת סדר למשוואה מסדר גבוה כאשר במשוואה אין x .
בנוסחאות

$$y' = p(y), y'' = p \frac{dp}{dy}, y''' = p \left(\frac{dp}{dy} \right)^2 + p^2 \frac{d^2 p}{dy^2}$$

מותר להשתמש רק עם הוכחה.

4. הורדת סדר למשוואה מסדר גבוה עם פונקציה F הומוגנית ביחס ל- $y, y', \dots, y^{(n)}$
בנוסחאות

$$y(x) = C e^{\int z(x) dx}$$

(פתרון של המשוואה $(y'(x) = y(x)z(x))$ אפשר להשתמש בלי הוכחה.
בנוסחאות

$$y'' = y(z' + z^2), y''' = y(z'' + 3zz' + z^3)$$

מותר להשתמש רק עם הוכחה.

5. משוואה לינארית הומוגנית מסדר 2: $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$
 בנוסחת ליאוביל

$$W = Ce^{-\int p(x)dx}$$

אפשר להשתמש בלי הוכחה.
 בנוסחה

$$y_2(x) = y_1(x) \int \frac{e^{-\int p(x)dx}}{y_1^2(x)} dx$$

כאשר $y_1(x)$ הוא פתרון ידוע של המשוואה, מותר להשתמש רק עם הוכחה.

6. משוואה לינארית הומוגנית מסדר n עם מקדמים קבועים.
 מותר להשתמש במשוואה אופיינית ובכלל למציאת n פתרונות בלתי תלויים בלי הוכחה.

7. משוואת אוילר.

קיימות שתי שיטות לפתרון:

(א) שיטה ראשונה: לבצע את ההצבה $x = e^t$ ולהשתמש בנוסחאות

$$y' = y'_t \cdot \frac{1}{x}, y'' = (y''_{tt} - y'_t) \cdot \frac{1}{x^2}, y''' = (y'''_{ttt} - 3y''_{tt} + 2y'_t) \cdot \frac{1}{x^3}$$

אחר כך לקבל את המשוואה עם מקדמים קבועים באופן מפורט ולפתור אותה. אם משתמשים בשיטה זאת, צריך להוכיח את הנוסחאות הנ"ל.
 (ב) שיטה שנייה: לכתוב את המשוואה האופיינית למשוואת אוילר ולהשתמש בכלל למציאת פתרונות בלתי תלויים. בשיטה זאת אפשר להשתמש בנוסחאות מוכנות בלי הוכחות.

8. משוואה לינארית לא הומוגנית מסדר n . שיטת לגרנז' (ווריאצית פרמטרים).
 נניח שמחפשים פתרון כללי של משוואה לא הומוגנית בצורה

$$y(x) = \sum_{k=1}^n C_k(x)y_k(x)$$

מותר לכתוב את המערכת למציאת $C'_1(x), \dots, C'_n(x)$ בלי הוכחה.

9. משוואה לינארית לא הומוגנית מסדר n עם מקדמים קבועים ופונקציה $f(x)$ מיוחדת.
 שיטת השוואת מקדמים (שיטת מקדמים לא מוגדרים).
 בשיטה זו מחפשים פתרון פרטי של המשוואה בצורה מסויימת לפי מבנה של המשוואה ומבנה של הפונקציה $f(x)$. מותר להשתמש בצורות הנ"ל בלי הוכחה.

10. מערכת לינארית לא הומוגנית. שיטת לגרנז' (ווריאצית פרמטרים).
 נניח שמחפשים פתרון כללי של מערכת לא הומוגנית בצורה

$$Y(x) = \sum_{k=1}^n C_k(x)Y_k(x)$$

מותר לכתוב את המערכת למציאת $C'_1(x), \dots, C'_n(x)$ בלי הוכחה.

11. מערכת לינארית הומוגנית עם מקדמים קבועים ומטריצה A לא ניתנת לליכסון. מותר להשתמש בנוסחאות

$$Y_k = \sum_{i=0}^k \frac{x^i}{i!} u_{k-i}$$

לפתרונות $Y(x)$ של המערכת בעזרת וקטורים מצורפים u_{k-i} בלי הוכחה.

12. התמרת לפלס.

באתר של הקורס נמצאות שתי טבלאות של התמרת לפלס: טבלה מורכבת לצורכי לימוד בלבד וטבלה מקוצרת שתקבלו במבחן. את כל הנוסחאות שלא מופיעות בטבלה המקוצרת צריך להוכיח או להסביר לפי איזה חוקים הן התקבלו.