

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב

מדור בחינות

מס' נבחן: _____

תאריך הבחינה: 22.07.10
שמות המורים: פרופ' פונף, דר' גבריאליאן, דר' גולקן,
דר' צ'רנבסקי, דר' זלצמן
מבחן ב: מבוא למשוואות דיפרנציאליות להנדסת חשמל
מספר הקורס: 201-1-9841
שנה: 2010, סמ: ב', מועד: 2
משך הבחינה: 3 שעות
חומר עזר: מחשב כיס עם מסך קטן

פתור 5 מתוך 6 השאלות הבאות בדפים המיועדים לכך בלבד
(במידה והשבתת על יותר שאלות מהנדרש, תיבדקנה 5 שאלות הטובות)

שימו לב! מחברת טיוטה לא תיבדק!!!

נא לכתוב באופן מסודר

בהצלחה!

שאלה I מצא את הפתרון כללי של המשוואה

$$xy' - 2x^2 \cdot \sqrt{(1-y^2)} \arcsin y = 4\sqrt{1-y^2} \cdot \arcsin y$$

שאלה II. פתור את בעיית קושי הבאה : $y'''y' = 3(y'')^2 + 2y''(y')^2 + (y')^4$
כאשר $y(1) = 0, y'(1) = 1, y''(1) = -2$

שאלה III

א) נתון ששלוש הפונקציות $y_1(x) = x + 2$, $y_2(x) = x^2 - 1$, $y_3(x) = x^2 + x$ הן הפתרונות של המשוואה הלינארית הלא הומוגנית מסדר שני. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה. (10 נק')

שאלה III

ב) נתון כי $u(x)$ ו- $v(x)$ הן הפתרונות של המשוואות $u'' + p(x)u = 0$ ו- $v'' + q(x)v = 0$ בהתאמה, המקיימות את התנאים $u(a) = v(a) = 0$ (כאשר $p(x)$ ו- $q(x)$ רציפות ב- $[a, b]$). הוכח שוורונסקיאן של הפתרונות הנ"ל שווה ל-

$$W_{u,v}(x) = \int_a^x [p(t) - q(t)] \cdot u(t)v(t) dt \quad (10 \text{ נק'})$$

$$\int_a^x [p(t) - g(t)] u \cdot v dt =$$

$$\int_a^x p(t) \cdot u \cdot v dt - \int_a^x g(t) \cdot u \cdot v dt = \left\{ \begin{array}{l} u \cdot p(t) = -u'' \\ v \cdot g(t) = -v'' \end{array} \right\} =$$

$$\int_a^x -u'' v dt - \int_a^x -v'' u dt =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = V \quad dA = V' dt \\ dB = u'' dt \quad B = u' \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} A = u \quad dA = u' dt \\ dB = v'' dt \quad B = v' \end{array} \right\}$$

$$= - \left[v u' \Big|_a^x - \int_a^x u' \cdot v' dt \right] + \left[u v' \Big|_a^x - \int_a^x v' \cdot u' dt \right] =$$

$$= - v u' \Big|_a^x + \int_a^x u' v' dt + u v' \Big|_a^x - \int_a^x v' u' dt =$$

$$= u(x) v'(x) - \underbrace{u(a) v'(a)}_0 - \left(v(x) u'(x) - \underbrace{v(a) u'(a)}_0 \right)$$

$$= \begin{vmatrix} u(x) & v(x) \\ u'(x) & v'(x) \end{vmatrix} = W(u, v)$$

שאלה IV פתור את המשוואה : $y''' - y'' + 4y' - 4y = 5e^x + 6\sin x + 8$

כאשר $y'' + 4y' + 5y = \begin{cases} |\sin t|, & 0 \leq t \leq 2\pi \\ 0, & t \geq 2\pi \end{cases}$

שאלה V פתור בעזרת התמרות לפלס

$$y(0) = 1, y'(0) = 0$$

שאלה VI פתור את מערכת המשוואות בעזרת וקטורים עצמיים ומצורפים:

$$\bar{y}' = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \bar{y} + e^t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$