

18/4/2010 ארבעה עשר

תרגיל 4

1. תהי X קבוצה סופית איזו בואלת תבורה סופית G . תהי (ρ, V) הצגה הרמטציה הרמטציה.

(א) הניו שאם G בואלת סטרטיגיה אל X אזי $\theta = 1 \oplus \rho$ כאש "1" מנין

אל הצגה הרמטציה! θ היא הצגה שאורה מכילת אל הצגה הרמטציה.

(ב) נניח אל $X \times X$ כאש G בואלת סיו "אלכסוניה": $(\rho, \rho^X) = \rho$.

הניו שהקנטה אל הצגה הרמטציה הרמטציה רפסחה זו שיה χ^2 .

(χ בקנטה אל ρ)

(ג) נניח ש- G בואלת סטרטיגיה אל X או- X מכילת אכלט שני אידימ.

הצגה: תבורה G בואלת 2-סטרטיגיה אל X אל X אל X או- X או- X או- X .

כאש $x \neq y$ או- $x \neq y$ קיים $g \in G$ כן ש- $x' = gx$ או- $x' = gy$.

הניו שהתראת הבאת שקואים

(i) G בואלת 2-סטרטיגיה אל X

(ii) אכסחה אל G אל $X \times X$ יש בקוק שני מסוחים (האלוסין (משלמו)

(iii) $(\chi^2, 1) = 2$

(iv) הצגה θ אי בקיה (בכח הצגה הרמטציה אל S_n אי בקיה!).

2. תהי V הצגה n -מימית אל תבורה G . הניו אש $g \in G$ $|\chi_V(g)| \leq n$.

3. תהי G תבורה סופית K, H תת-תבורה. נניח אכסחה הרמטציה אל G

אל $G/H \times G/H$. הניו שיש התאמה תמצ (אל בין המסוחים אל G אל מתג צב

המתקנה הכ בואלת G/H .

4. אש התקנה אל (ב) הניו ש- $\dim \text{Hom}_G(\text{Ind}_K^G(1), \text{Ind}_H^G(1)) = |K \backslash G / H|$

"1" מנין אל הצגה הרמטציה.

5. (קריטריון Mackey לטוי-התאמה).

יהי W הצגה של G ויהי $H > G$. הוכיח ששני התנאים הבאים

הם מספיקים לכתיבת $V = \text{Ind}_H^G(W)$ כהצגה של G אי-התאמה.
(1) W אי-התאמה.

(2) לכל $s \in G$ אינו שייך ל- H , ρ^s אי-התאמה של H על H_s ו- $\text{Res}_{H_s}^H(\rho)$

אינו מכילים אי-התאמה של H .
(הסימנים כאן הם אותה להנחיה בהוכחה המספקת את $\text{Res}_K^G \text{Ind}_H^G(W)$ עבור $H=K$ במקרה)