

7 תוכן

① נתון סדרה G דבורה אבלית סופית אז $\hat{\hat{G}} \cong G$.

הוכחה: הוכחנו את הטענה לחבורה ציקלית והכינוו אותה $G = \prod_{i=1}^n G_i$.
מכאן על דבורה אבלית סופית אז $\hat{G} = \prod_{i=1}^n \hat{G}_i$.

② נניח $1 < p < \infty$ ארבע $f \in L^p(G)$. הוכחנו שההצגה $f \mapsto f_x$ (כאשר $(f_x)(y) = f(y-x)$) היא ההצגה הציפה במרחב G אל $L^1(G)$.

③ יבין $\psi: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{T}$ הקרקסי של החבורה האבלית $(\mathbb{Q}, +)$ המוצגת ע"י ההצגה

$$\mathbb{Q} \xrightarrow{1} \mathbb{Q}/\mathbb{Z} \xrightarrow{2} \mathbb{Q}/\mathbb{Z} \xrightarrow{3} \mathbb{R}/\mathbb{Z} \xrightarrow{4} \mathbb{T}$$

כאשר $1 =$ ההצגה המנה, $2 =$ ההצגה השולית את $\sum_{i=N}^{\infty} c_i p^i + \mathbb{Z}_p$ אל \mathbb{Q}/\mathbb{Z} , $3 =$ הסיבוב הטבעי, $4 =$ הצילוף אל \mathbb{R}/\mathbb{Z} עם \mathbb{T} .

(א) נתון שהאוסף $\{\psi_a \mid a \in \mathbb{Q}_p\}$ כאשר $\psi_a(x) = \psi(ax)$ מכיל קרקסים של $(\mathbb{Q}_p, +)$ שכולם נציפים אל - $\psi_a = \psi_b \iff a = b$.

(ב) (בכנס מקומי סיבוב $\hat{\mathbb{Q}}_p \hookrightarrow \hat{\mathbb{Q}}_p$ שהוא למעשה איזומורפיזם, ההוכחה פשוטה) אל מייצג - כאשר קומי שנוצר אסמל (אנטי-הנחה) $\hat{\mathbb{Z}}_p \cong \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p$.

(ג) נתון על - $\hat{\mathbb{Z}}_p \cong \mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p$ (אנטי-הנחה) $\hat{\mathbb{Q}}_p \cong \mathbb{Q}_p$.

④ (א) נתון על - $f_0(x) = e^{-\pi x^2}$ היא נקודה שבת של ארנסטום סוניה ביחס ל- $(\mathbb{R}, +)$. כאשר מצגים את $\hat{\mathbb{R}}$ עם \mathbb{R} .

(ב) נתון על - $f_0 = 1_{\mathbb{Z}_p}$ (המקרה המצוייני של \mathbb{Z}_p ב- \mathbb{Q}_p) היא נקודה שבת של ארנסטום סוניה ביחס ל- $(\mathbb{Q}_p, +)$ כאשר מצגים את $\hat{\mathbb{Q}}_p$ עם \mathbb{Q}_p כמו בשאלה ③.