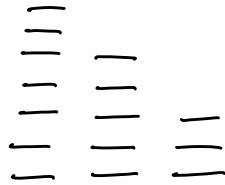


ראשונים נבחרים במתמטיקה - זכר רב-זמר 3

(1) מצאנו אסטרטגיה מוצחת למשחק הבטא. נחלק את שני צדדי המשוואה
מקלות



כל שחקן זקוק בקונו מספר כלשהו של מקלות משאר הצדדים.
המנצח הוא זה שאוקא את המקל האחרון.

(2) מצאנו אסטרטגיה מוצחת למשחק צומח שיש בו שני צדדים עם
 $a > b$ מקלות בכל צד. נבחר את המספרים a ו- b כך שיהיו
מספרים מקלות שני הצדדים בהם אהר.

(3) יהיו α ו- β מספרים אי-רציונליים המקיימים $1 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$.

תהיך $A = \{[n\alpha] \mid n \in \mathbb{N}\}$ ו- $B = \{[n\beta] \mid n \in \mathbb{N}\}$

(א) הבה להצביע על A היא $\frac{1}{\alpha}$ באופן $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|A \cap \{1, \dots, n\}|}{|\{1, \dots, n\}|} = \frac{1}{\alpha}$

(ב) הבה $N = A \dot{\cup} B$ (אי-אזכור).

4) מטאורי שלושה איזומל יס אורזי. יארם בוגסימ בילדז איזומל
 אאני פוגה יאר אהז בויזומל האדנימ אמילא רכמ עילן מטאוריו צכר.
 בשל זג באנדערמכמ רפוגה יאר בויזומל שבדירמ מלכדילד אן רהגילד
 איזומל רפוגה יאר בויזומל בסגז האזר.

- האמ 6) ככאי רהישאן לב באיירמ הימניוית
- 7) ככאי רהגילד.
- 8) זכ רל משה.

5) ניטן ניקוז שאונק צוזמנו 2^n המוצל בייבועים מרזל 1×1 . מנינימ
 ממנו יאר יאר המיזמנו. באמ ניטן רכז יאר הרלמ שמקבא
 ז"י מיזמנו כאלו:



6) * רבל $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ השקב אכטיגיל. כלומי מקיימט: $f(x+y) = f(x) + f(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
 הוכאו עילמ f גסומה (מלדז אן מלעיל) בקלז מסנימ $[a, b]$ יאז ררנילימ.
 7) הוכאו של השקב $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ עילא אכטיגיל לכיכר היא ררנילימ.

עאילר מרפיל ביר קוזמ: 6, 9, 10.